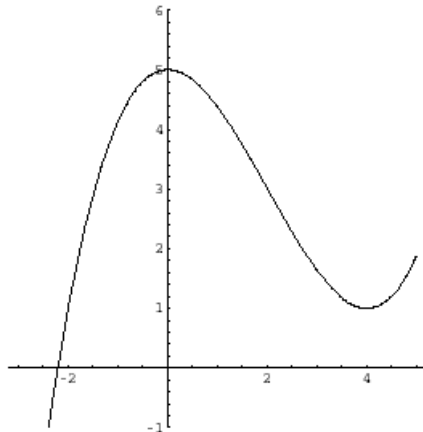




## 4. Anwendungsaufgaben

### 4.1. Extremwertaufgaben

- a) Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

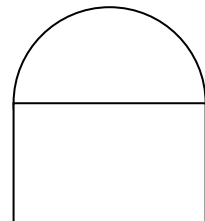


Die Gerade  $x = u$  ( $0 \leq u \leq 4$ ) schneidet den Graphen von  $f$  im Punkt  $P$  und die  $x$ -Achse in  $Q$ .

Für welchen Wert von  $u$  hat das Dreieck  $OQP$  den absolut größten Flächeninhalt?

Gib den maximalen Flächeninhalt an!

- b) Ein Draht der Länge 20cm soll eine rechteckige Fläche mit möglichst großem Inhalt umrahmen. Wie groß sind Länge und Breite des Rechtecks?
- c) Aus einem 36cm langen Draht soll das Modell einer quadratischen Säule hergestellt werden. Wie lang sind die Kanten zu wählen, damit die Säule maximales Volumen hat?
- d) (i) Der Querschnitt eines Kanals ist ein Rechteck mit angesetztem Halbkreis. Wähle die Maße dieses Rechtecks so, dass bei einem Umfang von 30m des Kanalquerschnitts sein Inhalt möglichst groß wird.  
ii) Zeige nun allgemein, dass bei einem Umfang  $U$  der Radius  $r$  des Halbkreises gleich der Breite  $b$  des aufgesetzten Rechtecks ist. [Zur Kontrolle:  $r = b = U/(\pi+4)$ ]
- e) Der Querschnitt eines 25m langen Tunnels besteht aus einem Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis. Der Umfang der Querschnittsfläche beträgt 18m. Wie ist der Radius des Halbkreises zu wählen, damit das Tunnelvolumen möglichst groß ist?





#### **4.2. Bestimmung ganzrationaler Funktionen**

- a) Gesucht ist die Funktionsgleichung einer Parabel.
- (1)  $O(0|0)$  und  $P(2|3)$  sind Punkte der Parabel, im Punkt P hat die Tangente die Steigung 2.
  - (2) Die Parabel hat den Scheitel  $S(1|2)$  und geht durch  $O(0|0)$ .
  - (3) An der Stelle 0,75 liegt der Scheitel der Parabel, an der Stelle 1 hat die Parabeltangente die Steigung 4.
- b) Bestimme eine ganzrationale Funktion dritten Grades so, dass für den Graphen gilt:
- (1)  $O(0|0)$  ist Punkt des Graphen,  $W(2|4)$  ist Wendepunkt, die zugehörige Wendetangente hat die Steigung -3.
  - (2)  $O(0|0)$  ist Wendepunkt, an der Stelle  $\frac{1}{2}\sqrt{2}$  liegt ein relativer Hochpunkt vor,  $P(1|2)$  ist ein Punkt des Graphen.
- c) Bestimme eine ganzrationale Funktion fünften Grades, deren Graph zu  $O(0|0)$  punktsymmetrisch ist, durch  $P(1|-2)$  verläuft und  $E(\sqrt{2}|- \sqrt{8})$  als relativen Extrempunkt hat. Untersuche den Graphen der Funktion.